

Résoudre des problèmes numériques en maternelle

Déroulement

- Tester ses connaissances
- Qu'est-ce qu'un problème?
- Quels types de situations?
- Quelles démarches?
- Quelles procédures?
- Typologie de problèmes numériques
- Problèmes : situations de références et variables
- Quelle progression?
- Conclusion
- Retour sur les connaissances
- Bibliographie et ressources

Tester ses connaissances





Vrai/Faux?

- 1/ Donner du sens au nombre c'est savoir dénombrer les objets d'une collection.
- 2/ Tant que l'élève n'a pas conscience de la conservation de la quantité il est trop tôt pour lui donner des problèmes à résoudre.
- 3/ Les exercices sur fiches photocopiées sont un bon moyen pour évaluer les connaissances des élèves relatives aux nombres.
- 4/ Les problèmes de division ne relèvent pas de l'école maternelle.

5/ Pour utiliser correctement une frise numérique pour additionner ou soustraire, il est utile de savoir se déplacer sur une piste du type jeu de l'oie.

6/ Comprendre qu'un nombre peut être pensé comme « un de plus » que son précédent joue un rôle important dans l'acquisition des nombres.

7/ Il ne faut pas laisser les élèves compter sur leurs doigts.

Répondre aux questions

- 8/ Quelles sont les différentes fonctions des nombres qui doivent être travaillées dès la maternelle à travers la résolution de problème ?
- 9/ Quelles procédures permettent de comparer des collections d'objets du point de vue de la quantité d'objets qu'elles contiennent ?
- 10/ Quels types de problèmes préparant l'apprentissage du calcul peut-on donner en GS ?

Qu'est-ce qu'un
problème?

« Par problème, il faut entendre dans le sens large que lui donne le psychologue, toute **situation** dans laquelle il faut **découvrir des activités d'exploration, d'hypothèses et de vérification pour produire une solution** ».

G. Vergnaud

⇒ Un problème c'est une situation « résistante ».

⇒ La solution n'est pas disponible tout de suite, mais est à construire.

Est-ce un problème?

➤ Situation A:

1 gobelet contenant 5 jetons. On le retourne et on demande: combien y-a-t-il de jetons?

Puis on retourne un gobelet contenant 3 jetons : combien y-a-t-il de jetons?

Combien y-a-t-il de jetons en tout sur la table?

Le réel est présent : l'enfant ne fait que dénombrer

La réponse fait partie de la consigne : l'enfant ne peut pas faire autre chose que dénombrer.

Est-ce un problème?



➤ Situation B:

1 gobelet avec 5 jetons. On le retourne et on demande **combien il y a de jetons**.

Puis on remet les jetons dans le gobelet et on retourne celui avec 3 jetons.

Alors on demande **combien il y a de jetons** puis on les remet dans le gobelet (l'information a disparu) et on demande :

Maintenant **peux-tu** me dire combien de jetons sont cachés dans mes gobelets ?

L'élève doit mettre en œuvre des procédures mathématiques parce que:

- Le réel s'est estompé (cela pose le problème de la manipulation, cf. Goigoux)
- Le sujet est obligé d'**anticiper** une réponse
- La **procédure est à la charge du sujet**: l'enfant doit retenir mentalement
- La validation reste possible par le retour au réel
- L'enfant est obligé de symboliser la situation, **de se créer une image mentale**

- Il ne suffit pas de poser un problème à un enfant pour qu'il s'engage dans une activité de type mathématique.
- Si la manipulation est absolument nécessaire, alors la construction mathématique ne commence qu'à partir du moment où le réel s'estompe.
- ⇒ Nécessité de mettre en place des situations qui mettent le matériel à distance après une phase d'appropriation (ex. avec 2 dés).
- C'est parce que l'enfant est privé de la possibilité d'agir directement sur les objets, parce qu'on l'oblige à la réflexion qu'on lui permet d'amorcer une activité de type mathématique.
- ⇒ Ce qui crée les conditions de l'activité mathématique c'est d'anticiper une réponse plus que de la constater.
- ⇒ La réponse ne doit pas être disponible immédiatement tout en étant possible à surmonter.

Les types de problèmes

A l'école élémentaire:

Problèmes de découverte

(qui nécessitent que l'enfant, entre en interaction avec les autres, construise de nouveaux savoirs)

Problèmes d'application

dans un contexte restreint (qui permettent l'entraînement de ces nouveaux savoirs)

Problèmes complexes

(qui permettent de mettre en œuvre les découvertes ou qui contiennent plusieurs étapes)

Problèmes pour chercher

A l'école maternelle

Des problèmes pour apprendre :

on vise des connaissances

Des problèmes pour chercher :

développe l'esprit logique

Quels types de situations?

Rituelles :

- elles se répètent régulièrement voire quotidiennement, par nécessité, par convention sociale (dénombrement des présents et des absents...)

Fonctionnelles :

- pas forcément quotidiennes, mais incluses dans l'organisation et la réalité de la vie de la classe (**distribution du matériel**, mise au point d'une sortie...)

Construites par l'enseignant(e) :

- ce sont des situations dont l'enjeu est un apprentissage ciblé et voulu, par rapport à des compétences des I.O.

Quelles démarches?

Spécificités de la situation problème

⇒ Phase d'**appropriation** : l'enfant doit clarifier dans sa tête le but à atteindre (la dévolution du problème)

⇒ Phase de **mise en confiance**: inviter l'enfant à accepter de se tromper et à réessayer. L'élève doit être amené à repérer ses erreurs pour pouvoir modifier sa démarche.

⇒ Phase de **recherche**, mise en situation: la solution n'est pas disponible d'emblée.

L'élève doit savoir que dans le respect des contraintes de la situation, il peut élaborer sa propre méthode de résolution: favoriser les démarches personnelles. Le même problème peut être résolu par des moyens différents.

⇒ Phase de **mise en commun**:

Importance des échanges entre enfants et de la verbalisation des procédures. Inviter l'élève à prendre du recul, à réfléchir à ce qu'il a fait, à verbaliser ce qu'il a fait, à s'intéresser aux procédures des autres,... pas facile en maternelle...

⇒ Phase de **validation**:

Il est important que l'élève puisse juger par lui-même de la pertinence de sa réponse.

Le retour aux objets afin de contrôler la validité de la réponse anticipée est un moment fondamental.

Situations **auto-validantes**

*La **verbalisation** est présente dans chaque phase.*

Quelles procédures?

- Les procédures, mises en œuvre par les élèves, peuvent être « débrouillardes », « personnelles », essais-ajustement.

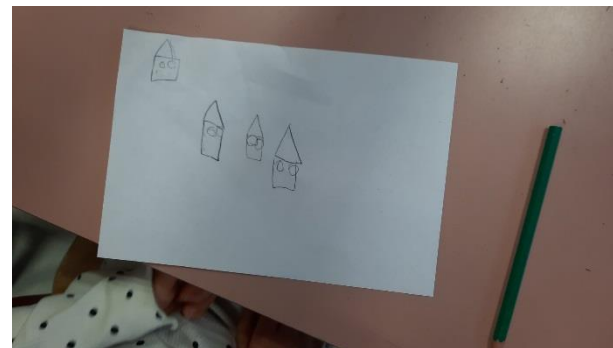
Il faut réhabiliter l'idée du tâtonnement . Les mathématiques, c'est aussi tâtonner... L'enseignant (ou l'ATSEM) en faisant « à la place de l'élève » condamne la procédure par essais et ajustements.

- Aucune procédure experte ne doit être introduite...Que l'enfant n'arrive pas à la solution experte n'est pas un problème.

L'important c'est qu'il s'engage et trouve la solution.

Quels matériels et supports?

- Les supports et les milieux organisés doivent, le plus souvent, être composés de **matériels effectifs**.
- Les moments réservés à la feuille de papier (espace graphique) doivent être rares et ciblés (*travail en autonomie, par exemple, schématisation d'une situation concrète vécue.*)...



Typologie de problèmes numériques à l'école maternelle

Les problèmes numériques

Ils vont aider à la construction du nombre et permettre de comprendre que le nombre sert à:

1. Mémoriser les quantités pour construire des collections
2. Comparer les quantités
3. Agir sur les quantités (calcul)

⇒ **Proposer des situations dans lesquelles les nombres sont des outils.**

Réalisation d'une collection équipotente.

- › Aller chercher juste ce qu'il faut de voyageurs pour remplir la voiture.

Transformation de collection.

- › J'ai 6 billes j'en perds deux
- › J'ai 6 ans. Quel âge aurai-je dans deux ans ?

Transformation de position

- › Je me déplace sur la bande numérique, sur quelle case vais-je arriver ?

Réunion de collections

- › Deux billes dans une main trois dans l'autre.

Recherche d'un complément.

- › Trouver le cardinal de la partie cachée
- › Compléments à 5, à 10.

Partage et distribution.

- › Partager équitablement un petit nombre d'objets
- › Partages inexacts
- › Distribution de collection

Problèmes multiplicatifs

- › Aller chercher les queues, oreilles, pattes nécessaires pour reconstituer un animal, en plusieurs voyages, en un seul

Comparaison d'état

- › Ai-je, trop, pas assez ou exactement ce qu'il faut de bouchons pour fermer chacune des bouteilles ?

Problèmes

Situations de référence et variables didactiques



La collection donnée est composée d'objets :

-non déplaçables

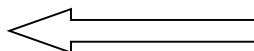
-disposés dans des configurations non usuelles

Chez l'enfant de PS, l'apparence des collections domine la notion de quantité. Par ce genre d'activité, l'enfant est amené à prendre en compte la quantité (il devra à terme compter les objets de la collection donnée pour réussir l'activité), à utiliser la correspondance terme à terme et à constituer une collection.



Habillage de la situation

- boîte d'œuf et
- forme quadrillée et carrés de papiers couleur
- petits objets et cartes constellation



COLLECTION ÉQUIPOTENTE à une collection donnée

Aller chercher **juste ce qu'il faut** de voyageurs pour remplir la voiture

Augmentation : Il y a x jetons dans la boîte, j'en ajoute y .

Réunion : Je mets x jetons et tu mets y jetons.

$x \leq 5$ et $y \leq 5$ → possibilité d'utiliser les doigts

$x \geq 5$ et $x+y \leq 10$ → possibilité d'utiliser les doigts

$x \geq 10$ et $y \leq 5$ → utilisation du surcomptage

$x > 10$ et $y \leq 10$ $x+y \leq 20$ → utilisation du surcomptage

Habillage de la situation

- boîte d'œuf
- panier qui ferme
- coffre du trésor

LA BOITE

Combien de jetons dans la boîte opaque?

Habillage de la situation

œufs
marrons
fruits
légumes
cailloux
perles

Diminution : Il y a x jetons dans la boîte, j'en enlève y .

• $x \leq 5$ et $y=1$ → possibilité d'utiliser les doigts ou décompter

• $x \leq 5$ et $y \leq 5$ → possibilité d'utiliser les doigts

• $x \leq 10$ et $y \leq 5$ → utilisation des deux mains

• $x \leq 10$ et $y \leq 10$ → utilisation des deux mains

• $x \leq 20$ et $y \leq 5$ → utilisation de jetons ou décomptage

• $x \leq 20$ et $y \leq 10$ → utilisation de jetons ou décomptage

Transformation de position :

Je suis sur la case x et j'avance de y cases.

Un dé ou une carte nombre donne la valeur de l'avancement.

- $x=0$ et $y \leq 10$ → pistes parallèles : 1 lancer de dé = 1 course
- $x \geq 40$ et $y \leq 2$ → utilisation des doigts ou du surcomptage
- $x \geq 40$ et $y \leq 5$ → utilisation des doigts ou du surcomptage
- $x \geq 40$ et $y \leq 10$ → utilisation des doigts ou du surcomptage
- $x \geq 40$ et $y \leq 10$ → utilisation du surcomptage

Habillage de la situation

- les maisons dans la rue
- le facteur
- le promeneur

LA PISTE

Sur quelle case arrive le pion ?

Habillage de la situation

- visiter
- chercher une adresse
- rebrousser chemin

Transformation de position :

Je suis sur la case x et j'avance ou je recule de y cases selon les indications des dés ou des cartes.

Mêmes variables mais utilisation possible du décomptage pour trouver la position après le recul.

Distribution et partage :

J'ai n fleurs. Je veux faire des bouquets de y fleurs.

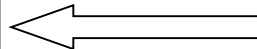
Combien de bouquets puis-je faire ? x

- n est un nombre multiple de y et il n'y aura pas de reste
- n n'est pas un nombre multiple de y et il y aura un reste
- $y=2$ on travaille les doubles



LES BOUQUETS DE FLEURS

Combien de bouquets de y fleurs puis-je constituer avec n fleurs ?



Habillage de la situation

- remplir les voitures
- les sacs de bonbons
- les parts de trésor
- les colliers de perles

Comparer deux états :

Il y a x bouchons et y bouteilles.

$x=y$: \rightarrow il y en a autant

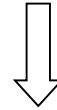
$x>y$ \rightarrow il y a $n = x - y$ bouchons de plus

$x<y$ \rightarrow il y a $n = y - x$ bouchons de moins

Pour trouver n :

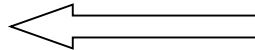
Utiliser la correspondance terme à terme.

Utiliser la bande numérique.



BOUTEILLES ET BOUCHONS

Combien y a-t-il de bouchons de plus ou de moins que de bouteilles ?



Habillage de la situation

- Casquettes et bonhommes
- Enfants et cadeaux
- Stylos et capuchons
- Enfants et cerceaux

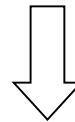
Problèmes multiplicatifs:

Il y a n cochons qui rient, il faut les reconstituer.

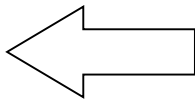
$2 \leq n \leq 4$

Plusieurs voyages sont autorisés.

Réussir à construire la collection en un seul voyage

***Habillage de la situation***

- Crête et pattes de coq
- Chapeau et chaussures de poupées
- Queue, oreilles et pattes de lapins
- Antennes et pattes du scarabée

**LE COCHON QUI RIT**

Combien de queues, d'oreilles et de pattes pour reconstituer n cochons ?

Trouver un complément :

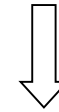
$n \leq 10$

$n = 5$

$n = 10$ (décomposition de 5 et 10 utile pour le CP)

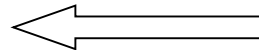
Donner $x \leq 10$

Commencer par $x \geq y$ puis l'inverse.



Habillage de la situation

Colliers à compléter
Enfants répartis
entre dortoir et salle
de classe
Bougies et gâteau



LES POULES CACHEES DANS LE POULAILLER

Il y a n poules dans la ferme. Il y en a x dans la cour et y dans le poulailler (cachées).
Trouver **combien** (y) de poules sont cachées dans le poulailler.

Quelle progression?

Quelques repères concernant les apprentissages sur le nombre à la maternelle

Quelques repères concernant les apprentissages sur le nombre à la maternelle

Lexique

π

Situation problème	Petits mots : pronoms, adverbess	verbes	noms
Constitution de collections équipotentes	Juste ce qu'il faut, exactement ce qu'il faut, assez, pas assez, combien (à ne pas dire au départ)	Aller chercher, remplir, mettre, se rappeler, ne pas oublier, retenir	Aller, retour, trajet, voyage
Réunion, augmentation, diminution	Combien, en tout, ensemble, en plus, en moins	Mettre, compter, ajouter, enlever, additionner, soustraire, ôter, retrancher, rester	total, en totalité, En fonction du matériel utilisé : jeton, pion
Transformation de position	Avant, après, entre, juste avant, juste après, un de plus, un de moins, plus loin, plus près, premier, deuxième, troisième	Avancer, reculer, lancer le dé, lire le dé, partir, arriver, attendre son tour, passer son tour, jouer, sauter, aller	Face du dé, point, constellation, case, chiffres (sur le dé), départ, arrivée
Comparaison de deux états	De plus, de moins, plus que, moins que, beaucoup, peu, pas beaucoup, plus grand, plus petit, combien, autant que , pareil, pas pareil, le même	Comparer, avoir, faire correspondre, manquer, falloir	L'écart entre, la différence
Distribution et partage	Combien, autant, pareil	Pouvoir, distribuer, faire, constituer, donner, rester, répartir,	En fonction du matériel utilisé : voiture, trésor... Paquet, groupe, part, partie, reste
Résolution de problèmes multiplicatifs	Combien, plusieurs, juste (ce qu'il faut), à chacun, assez, suffisamment	Reconstituer, mettre, falloir, aller chercher	Aller, retour, trajet, voyage
Trouver un complément	Combien, nécessaire, juste ce qu'il faut	Cacher, répartir, compter, mettre, manquer, ajouter, compléter, voir, falloir	En fonction de la situation

Pour conclure

Pour mettre en place des situations de résolution de problème, il faut:

- un climat favorable: droit à l'erreur
- un investissement personnel dans l'action
- une situation qui permette de résoudre le problème par l'action
- des temps de formulations et de vérifications d'hypothèses
- des temps de formalisation guidés par l'enseignant (mise en mots de la situation)



Bibliographie

Situation problème	Références
Constitution de collections équipotentes	-Le nombre au cycle 2, CNDP, en ligne sur Eduscol, p27, 28 -Vers les maths, Accès Editions, PS,MS, GS -Découvrir le monde des mathématiques, D. Valentin
Réunion, augmentation, diminution	Apprentissages numériques en GS, ERMEL, Hatier
Transformation de position	Le nombre au cycle 2, CNDP, en ligne sur Eduscol, p37 Voir module
Comparaison de deux états	Premiers pas vers les maths, Rémi Brissiaud, Retz, 2007
Distribution et partage	Découvrir le monde des mathématiques, D. Valentin (le dortoir) Vers les maths, Accès Editions, GS (les pots et les bulbes)
Résolution de problèmes multiplicatifs	Découvrir le monde des mathématiques, D. Valentin (poules et lapins) Vers les maths, Accès Editions, GS (les maisons et les cadeaux)
Trouver un complément	Guide du maître, l'album à calculer, Rémi Brissiaud, Retz Découvrir le monde des mathématiques, D. Valentin (jeux de cartes) Vers les maths, Accès Editions, GS (l'arbre à feuilles) Module le complément à 5

Liste des outils ressources

Matériel de récupération :

Boîtes d'œufs, boîtes à chaussures, boîtes d'allumettes, barquettes de la cantine, jetons, bouchons, boutons, marrons, cailloux, perles, bouteilles, feutres et capuchons, pots de yaourt.

Matériel et jeux du commerce :

Matériel du coin cuisine (vaisselle, aliments), pièces de monnaie du coin marchande.

Jeux de plateau (jeux de l'oie, petits chevaux...)

Jeux de cartes

Dominos, triominos

L'arbre aux cerises (Jocatop)

Atelier de résolution de problèmes (Jocatop)

Mathoeufs (Asco-Celda)

Numicon

Jeu de voitures (Asco-Celda)

Cubes à empiler pour construire des tours.

Millemaths Gs Boite Activites 1, Jean-Luc Bregeon

L'album à calculer de Rémi Brissiaud, Retz

Numéris (Atelier de l'Oiseau Magique)

CD-ROM « jeux mathématiques à l'école maternelle » AGEEM

› Albums :

- › Les 10 petits cochons sales, Carol Roth, Editions Nord-Sud
- › La chèvre qui savait compter jusqu'à 10, Alf Proysen, l'école des loisirs
- › Maman, Mario Ramos, Pastel, l'école des loisirs
- › La Famille Souris, Kazuo Iwamura, Ecoles des Loisirs (Série d'environ 10 albums avec 10 souriceaux. Les doubles pages permettent de travailler sur la décomposition du nombre, les compléments à dix, les groupements de 10.)

› Comptines :

- › Un éléphant se balançait... (ajouter 1)
- › Ils étaient cinq dans le lit... (enlever 1)
- › Les petits lapins

FIN

